



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Supressão ativa de flutter por controle preditivo baseado em  
modelo de ganho escalonado

Luiz Felipe Oliveira Rocha

Belo Horizonte

2022

Luiz Felipe Oliveira Rocha

**Supressão ativa de flutter por controle preditivo baseado em  
modelo de ganho escalonado**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Orientador: Dr. Hélio de Assis Pegado

Coorientador: Dr. Víctor Costa da Silva Campos

Belo Horizonte



2022

## ATA DE DEFESA PÚBLICA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO


Aos 7 dias do mês de dezembro de 2022, às 17:00 horas, em sessão pública virtual, na presença da Banca Examinadora presidida pelo(a) Professor(a) Hélio de Assis Pegado e composta pelos examinadores:

1. Prof Victor Costa das Silva Campos,
2. Prof Dimas Abreu Archanjo Dutra,
3. Prof Guilherme Vianna Raffo,

o aluno Luiz Felipe Oliveira Rocha apresentou o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: SUPRESSÃO DE FLUTTER POR MODELO DE CONTROLE PREDITIVO COM GANHO ESCALONADO como requisito curricular indispensável para a integralização do Curso de Bacharelado em Engenharia Aeroespacial. Após reunião em sessão reservada, a Banca Examinadora deliberou e decidiu pela aprovação do referido trabalho, divulgando o resultado formalmente ao aluno e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata que será assinada por mim, pelos demais examinadores e pelo aluno.

  
\_\_\_\_\_  
Presidente da Banca Examinadora  
 Assinado de forma digital por  
Victor Costa da Silva Campos  
Campos:07883901630  
Dados: 2022.12.15 21:16:54 -03'00'  
\_\_\_\_\_  
Examinador 01

  
\_\_\_\_\_  
Examinador 03

  
\_\_\_\_\_  
Examinador 03  
Guilherme  
Vianna  
Raffo:941081530  
49  
Assinado de forma digital por Guilherme Vianna  
Raffo:94108153049  
Dados: 2022.12.15 13:50:17 -03'00'



## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Hermínia e Henrique, e às minhas irmãs, Carolina e Fernanda, agradeço pelo apoio incessante às minhas aspirações e pelo suporte nas adversidades. As conquistas são celebradas em nossa união.

Aos colegas de graduação agradeço pelas experiências e conhecimentos trocados.

Aos meus professores, ao longo de toda minha formação, obrigado. Em especial, eterna gratidão aos meus orientadores Prof. Dr. Hélio Pegado e Prof. Dr. Víctor Campos que para construção deste trabalho contribuíram com sua dedicação, paciência e ensinamentos.

## RESUMO

Este trabalho propõe um controlador preditivo baseado em modelo de estabilidade prescrita e ganho escalonado para supressão ativa do fenômeno de *flutter* em uma seção típica de uma asa. O *flutter* é uma instabilidade oscilatória auto-induzida de estruturas em um campo de escoamento. Essa instabilidade aeroelástica é determinante no projeto estrutural de asas, de modo a estabilidade é requerida dentro do envelope de voo. Assim, a superfície de comando será atuada para estabilizar o sistema para além do envelope estável em malha aberta. A abordagem de controle ativo é capaz de evitar o aumento de massa resultante da técnica passiva, por alteração de inércia e rigidez do sistema. Nesse contexto, aplica-se o controle por modelo preditivo pela sua capacidade de lidar com restrições na entrada e pela possibilidade de trabalhar com incertezas do sistema. Assim, neste trabalho, à ação de controle são impostas restrições de taxa de entrada e de valor máximo da variável de controle. À lei de controle é imposta uma taxa de decaimento da resposta, ou seja, sua estabilidade prescrita. Por fim, ao controlador é associada a abordagem de ganho escalonado, para compensar mudanças no comportamento do sistema dentro do envelope de operação. Busca-se pelo ganho escalonado o ajuste ótimo do controlador para pontos de referência. Dessa forma, o sistema é simulado para análise do seu comportamento em malha aberta e em malha fechada frente à perturbações. Os resultados são discutidos e é demonstrada a capacidade do método de ajuste do controlador de garantir estabilidade do sistema em condições diferentes do projeto.

**Palavras-chave:** Controle preditivo baseado em modelo; Supressão ativa de *flutter*; Estabilidade prescrita; Ganho escalonado.

## ABSTRACT

This work proposes a gain scheduled prescribed stability model predictive controller for active flutter suppression of a typical wing section. Flutter is a self-induced oscillatory instability of structures. This aeroelastic instability is a key factor in the structural project of wings, such that stability is required for the flight envelope. Therefore, in this work the controller actuates the control surface to stabilize the system beyond the open loop stable envelope. This active flutter approach is capable of diminishing the mass increase from the passive approach, by inertia and stiffness modification. In this context, the model predictive control is used for its handling of input and output constraints and the possibility to prescribe the output stability. Thus, in this work, constraints are set for the actuator rate and for the maximum control variable value. For the control law an output decay rate is set (prescribed stability). Finally, gain scheduling is added, to compensate for changes in the system's properties in the operating range. Therefore, a search for the optimum tuning is established for reference points. Hence, the system's open loop and closed loop response are simulated and analysed for perturbations. The results are discussed and the tuning method effectiveness in stabilizing the system is shown for off design conditions.

**Keywords:** Model predictive control; Active flutter suppression; Prescribed stability; Gain scheduling.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 –Diagrama das interações entre as forças e seus fenômenos, tradução (BISPLINGHOFF et al., 1996). . . . .	10
Figura 2.1 –B-52 CCV, fonte: (LIVNE, 2017) . . . . .	15
Figura 2.2 –Seção típica de uma asa com superfície de comando, tradução (TARABULSI, 2021) . . . . .	17
Figura 3.1 –Estrutura básica MPC, tradução (CAMACHO; BORDONS, 2007) . . .	26
Figura 3.2 –Trajetória de referência, (CAMACHO; BORDONS, 2007) . . . . .	27
Figura 4.1 –Curva U, g, f, fonte: Autor . . . . .	34
Figura 4.2 –Mapa Zeros-Polos, fonte: Autor . . . . .	36
Figura 4.3 –Resposta simulada malha aberta estável, fonte: Autor . . . . .	39
Figura 4.4 –Resposta simulada malha aberta em vibração não-amortecida, fonte: Autor . . . . .	39
Figura 4.5 –Resposta simulada malha aberta instável, fonte: Autor . . . . .	40
Figura 4.6 –Variável de controle $R = 100$ , fonte: Autor . . . . .	40
Figura 4.7 –Perturbação $\alpha = 2^\circ$ , fonte: Autor . . . . .	44
Figura 4.8 –Perturbação $\beta = 5^\circ$ , fonte: Autor . . . . .	45

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	–Dados para simulação, (CONNER; et al, 1997)	35
Tabela 4.2	–Resultados análise de flutter, malha aberta, fonte: Autor	35
Tabela 4.3	–Restrições da variável de controle $\beta$	37
Tabela 4.4	–Taxa de decaimento e passo temporal	38
Tabela 4.5	–Parâmetros MPC	38
Tabela 4.6	–Entradas - Pareto	42
Tabela 4.7	–Saídas ganho escalonado	43



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### **Abreviaturas**

A.	Autor
Aux.	Auxiliar
Cap.	Capítulo
Doc.	Documento
Num.	Número

### **Siglas**

MPC	<i>Model Predictive Control</i> / Controle preditivo baseado em modelo
SCA	Sistema de Controle Ativo
GDL	Graus de Liberdade
CG	Centro de Gravidade

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
1.1	Motivação e Justificativa	12
1.2	Objetivos do Projeto	12
1.2.1	Objetivos Gerais	12
1.2.2	Objetivos Específicos	12
1.3	Organização do trabalho	13
<b>2</b>	<b>Problema Aeroelástico</b>	<b>14</b>
2.1	Desenvolvimento Histórico	14
2.2	Modelo Aeroelástico	17
2.2.1	Equações de Movimento pelo Método de Lagrange	17
2.2.2	Modelo Aerodinâmico	19
2.2.3	Espaço dos Estados	22
<b>3</b>	<b>Controle Preditivo</b>	<b>26</b>
3.1	Introdução	26
3.2	Controle por Modelo Preditivo Discreto com Prescrição de Estabilidade	28
3.3	Controlabilidade e Observabilidade	31
3.4	Filtro de Kalman	32
3.5	Ganho escalonado	32
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>33</b>
4.1	Malha aberta	33
4.1.1	Resultados da malha aberta	34
4.2	Malha fechada	37
4.2.1	Resultados da malha fechada	37
4.3	Ganho escalonado	41
4.3.1	Resultados do ganho escalonado	42
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>46</b>
5.1	Trabalhos futuros	46
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>48</b>

## 1 Introdução

Uma estrutura em um campo de escoamento é sujeita a cargas aerodinâmicas. Essas implicam na resposta elástica da estrutura que, uma vez deformada, altera as forças aerodinâmicas que sobre ela atuam. Nesse sentido, um ciclo de deformação e novos carregamentos são criados. Esse pode se tornar estável ou instável a depender das características do sistema (HODGES; PIERCE, 2011). Assim, nasce o problema aeroelástico.

Aeroelasticidade é a ciência que estuda a interação entre forças de inércia, aerodinâmicas e elásticas agindo em um corpo (BISPLINGHOFF et al., 1996). Fenômenos que surgem da interação entre forças aerodinâmicas e elásticas são definidos como aeroelasticidade estática, já os que envolvem as aerodinâmicas, as elásticas e as inerciais são considerados como aeroelasticidade dinâmica. A Figura 1.1 ilustra as interações entre as forças e os fenômenos consequentes.

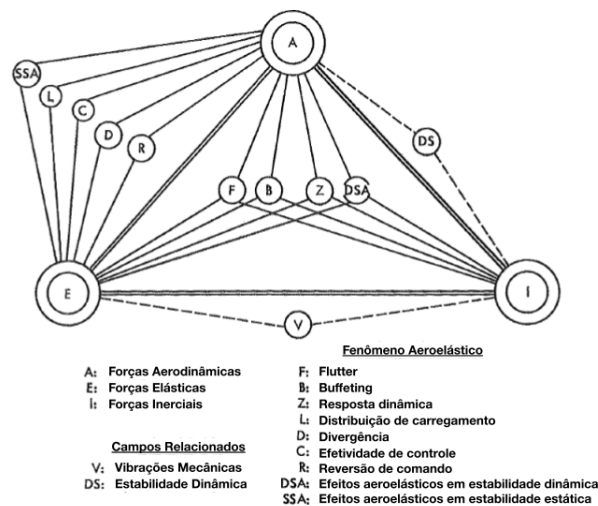


Figura 1.1 – Diagrama das interações entre as forças e seus fenômenos, tradução (BISPLINGHOFF et al., 1996).

Dessa forma, o *flutter* surge como um problema dinâmico, de interação das três forças. Define-se o *flutter* como um fenômeno de instabilidade oscilatória de um sistema elástico em contato com um escoamento. Esta instabilidade, em geral, leva a falhas estruturais catastróficas de aeronaves (HODGES; PIERCE, 2011).

O fenômeno surge como uma vibração auto-induzida instável onde as forças aerodinâmicas em um corpo flexível acoplam com os modos de vibração natural da estrutura para produzir movimento oscilatório de amplitude crescente (HODGES; PIERCE, 2011).

A estabilidade desse sistema é função da velocidade, *Mach* e altitude. O termo fronteira de *flutter* é utilizado para a condição de voo entre a estabilidade e instabilidade do sistema.

Nesse contexto, superfícies sustentadoras são mais susceptíveis a *flutter* (HODGES; PI-

ERCE, 2011) de modo que devem ser projetadas para evitar o surgimento dessa instabilidade em qualquer regime de voo. Historicamente, a não ocorrência da instabilidade é garantida por controle passivo do *flutter*. Esse controle é realizado, primariamente, pela alteração da rigidez e da inércia da estrutura, que em geral, levam ao aumento da massa estrutural (DOGGETT; TOWNSEND, 1976).

Assim, surge o controle ativo de *flutter* pela atuação das superfícies de comando como alternativa capaz de impedir a instabilidade. Discussões sobre controle ativo de *flutter* ou supressão ativa de *flutter* se iniciaram na década de 1950 e sua primeira aplicação veio na década de 1970, onde foram demonstrados aumentos significativos na velocidade crítica (DOGGETT; TOWNSEND, 1976). Nesse contexto, a aplicação desse sistema de supressão se mostrara capaz de reduzir a massa estrutural da aeronave e, para uma mesma carga e alcance, reduzir os custos operacionais (DOGGETT; TOWNSEND, 1976).

Nota-se que a supressão ativa de *flutter* se encaixa dentro do grupo de tecnologias de Controle Ativo para aeronaves (LIVNE, 2017). Sistemas de Controle Ativo (SCA) já estão presentes em aeronaves e já foram certificados para controle de voo (LIVNE, 2017) em aplicações como: aumento de estabilidade em aeronave de estabilidade relaxada, alívio de cargas de manobra, alívio de cargas de rajada e de cargas dinâmicas e controle de conforto de voo. Contudo, esses sistemas em sua maior parte tratam do controle da aeronave em movimento de corpo rígido, em 6 graus de liberdade, e não condicionam falha catastrófica à falha do controlador (LIVNE, 2017).

Nesse sentido, a aplicação de teoria de controle moderno sobre o tópico de supressão de *flutter* é atrativa uma vez que sistemas de controle preditivo conseguem trabalhar de forma segura frente a variações e incertezas na características do sistema (LIVNE, 2017). Assim, entra a teoria de Controle Preditivo Baseado em Modelo, *Model Predictive Control* (MPC). Aplicações de MPC são capazes de compensar incertezas em medições e definir leis de controle com base em restrições nas variáveis de controle e de estado. Comparado a outros algoritmos de controle em aplicação na área de supressão de *flutter*, a técnica MPC se mostra mais eficiente quanto à energia de controle e ao tempo de acomodação pós-perturbação (TARABULSI, 2021).

Dessa forma, neste trabalho realizar-se-á por meio do MPC o controle do sistema de uma seção típica de uma asa sujeita a *flutter* por meio da entrada de deflexão em um superfície de comando, com restrições na taxa da entrada e valor máximo de deflexão. Em conjunto ao controlador, é estudado um ganho escalonado de modo a garantir o comportamento em malha fechada desejado dentro de um envelope de operação.

## 1.1 Motivação e Justificativa

Frente ao descrito na introdução, tem-se conhecimento dos ganhos que um SCA de *flutter* é capaz de prover no desempenho da aeronave (DOGGETT; TOWNSEND, 1976)(LIVNE, 2017). *Flutter* é considerado uma das instabilidade mais importantes no campo de aeroelasticidade e apresenta impacto conhecido no projeto. Dessa forma, por meio do sistema de supressão ativa, o projetista tem liberdade de criar configurações estruturais mais leves, sem restringir o envelope de voo da aeronave ou penalizar o peso estrutural.

Nesse contexto, aplica-se a teoria de controle moderno para solução e discutem-se os resultados do processo de ajuste de um controlador para supressão dessa instabilidade aeroelástica. Deste modo, espera-se que este trabalho contribua para a discussão que envolve a eficácia e segurança na aplicação desses controladores.

## 1.2 Objetivos do Projeto

### 1.2.1 Objetivos Gerais

Este trabalho foi realizado com o intuito de aplicar conhecimentos acumulados durante a graduação em Engenharia Aeroespacial na Universidade Federal de Minas Gerais. Assim, executou-se um trabalho de engenharia sobre o tema de supressão de *flutter*.

Por meio deste trabalho, espera-se, ainda, contribuir com a discussão sobre controle ativo de *flutter*. Essa se encontra em andamento, como apresentado nas fontes (TARABULSI, 2021; LIVNE, 2017)

### 1.2.2 Objetivos Específicos

A aplicação tem por objetivo:

- Caracterizar e reproduzir o comportamento do *flutter* de uma seção típica de uma asa com superfície de controle;
- Demonstrar e reproduzir as vantagens da abordagem do MPC;
- Demonstrar o controle do sistema para um envelope de velocidades a partir do ganho escalonado.

### 1.3 Organização do trabalho

O trabalho será estruturado da forma:

- Capítulo 1 introduz o problema e os objetivos do trabalho;
- Capítulo 2 apresenta o modelo aeroelástico no espaço dos estados;
- Capítulo 3 desenvolve o controle por modelo preditivo discreto de estabilidade prescrita e descreve a abordagem de ganho escalonado;
- Capítulo 4 detalha o método de solução;
- Capítulo 5 apresenta a validação e os resultados dos modelos em malha aberta e em malha fechada, seguido dos resultados do ganho escalonado;
- Capítulo 6 finaliza o trabalho com a discussão dos resultados e trabalhos futuros.

## 2 Problema Aeroelástico

### 2.1 Desenvolvimento Histórico

O problema aeroelástico faz parte do projeto aeronáutico desde suas primeiras iterações. Seus efeitos oferecem riscos à aeronave e podem ser catastróficos. Nesse contexto, um dos fatores determinantes para a predominância de biplanos até a década de 1930 fora sua menor susceptibilidade a efeitos aeroelásticos (HODGES; PIERCE, 2011). A isso é atribuída a maior rigidez torsional do conjunto de suas asas, pelos tirantes e hastes, em comparação a configurações monoplanas (HODGES; PIERCE, 2011). Essas somente ocuparam parcela relevante das aeronaves após a criação de estruturas capazes de prover a rigidez torsional necessária para evitar fenômenos aeroelásticos críticos (HODGES; PIERCE, 2011).

Sob a luz da teoria de aeroelasticidade, entende-se que a falha da asa da aeronave monoplana de Samuel P. Langley em 1903 fora causada por um problema de divergência torsional da asa, que é um efeito aeroelástico estático (HODGES; PIERCE, 2011)(BISPLINGHOFF et al., 1996).

Nesse sentido, com a predominância de biplanos nas primeiras décadas, o problema aeroelástico mais comum compreendia o *flutter* da cauda das aeronaves (BISPLINGHOFF et al., 1996). Um dos primeiros casos documentados de *flutter* ocorreu no bombardeiro Handley Page 0/400 no começo da Primeira Guerra Mundial. Essa aeronave era susceptível a vibrações auto-induzidas pelo acoplamento entre o modo torsional da fuselagem e modos torsionais  $180^\circ$  fora de fase dos profundores esquerdo e direito (BISPLINGHOFF et al., 1996). A solução para esse problema veio com a introdução de um tubo que conectava os profundores esquerdo e direito e impedia a oscilação fora de fase entre eles, antes conectados individualmente direto ao manche (BISPLINGHOFF et al., 1996).

Dentre os efeitos aeroelásticos, *flutter* acomete e é relevante para o maior número de projetos de aeronaves de alta velocidade (BISPLINGHOFF et al., 1996). O *flutter* em geral se manifesta a partir do acoplamento entre dois ou mais graus de liberdade (GDL) e é analisado sob a ótica de escoamento potencial (BISPLINGHOFF et al., 1996). Contudo, também pode se manifestar somente em 1 GDL e com descolamento de camada limite (BISPLINGHOFF et al., 1996).

Historicamente, a instabilidade era impedida pelo do controle passivo (DOGGETT; TOWNSEND, 1976). Esse era realizado por meio do incremento da rigidez estrutural da superfície sustentadora e/ou alteração da distribuição de massa na superfície afetada (DOGGETT; TOWNSEND, 1976). Entretanto, esse processo é acompanhado de aumento no peso estrutural que implica em penalidade no desempenho.

Segundo (BISPLINGHOFF et al., 1996), *flutter* é comumente o determinante para a espessura da superfície trabalhante de asas. Esse fenômeno ainda afeta a distribuição dos itens de maior massa na asa (BISPLINGHOFF et al., 1996).

Assim, surge o controle ativo de *flutter* como forma de aumentar artificialmente a rigidez e o amortecimento da estrutura por meio da atuação das superfícies de comando (ROGER et al., 1975). Essa atuação é ditada por uma lei de controle em malha fechada, que recebe informações do movimento dinâmico da estrutura por meio de sensores.

Nesse sentido, esforços para supressão ativa dessas oscilações se iniciaram ainda na metade do século passado. Uma das primeiras aplicações foi no B-52 CCV (*Control Configured Vehicle*) (LIVNE, 2017; ROGER et al., 1975), apresentado na Figura 2.1. O Projeto foi modificado para trazer a instabilidade para dentro do envelope de voo da aeronave e, assim, fornecer uma plataforma de testes para a implementação de tecnologias de controle ativo dessas oscilações (LIVNE, 2017; ROGER et al., 1975).

Atualmente, sistemas de supressão de *flutter* ainda não se encontram certificados para voo (LIVNE, 2017). Contudo, sua tecnologia é aplicada em áreas de alívio de cargas de rajada, de manobras, na qualidade/conforto de voo e para incremento de estabilidade relaxada (LIVNE, 2017).

Supressão ativa de *flutter*, encontra-se no estado da arte para SCA, devido a presença de vibração, respostas em altas frequências e pela complexidade do mecanismo do fenômeno (LIVNE, 2017).



Figura 2.1 – B-52 CCV, fonte: (LIVNE, 2017)

Destaca-se ainda que a resposta da aeronave à rajadas e à turbulência são determinadas por efeitos aeroelásticos. Esses influenciam o conforto da tripulação e passageiros (WRIGHT; COOPER, 2015). Dessa forma, os trabalhos para implementação de SCA em



fenômenos aeroelásticos também atuam com o objetivo de complementar e melhorar o comportamento de sistemas, não somente impedir a instabilidade e falha catastrófica.

Em aplicação recente, um SCA foi utilizado pela Boeing no projeto da aeronave 787-10 para incremento do amortecimento de um modo flexível (LIVNE, 2017). Esse modo é pouco amortecido mas estável, compreendendo asa/fuselagem/nacele à 3 Hz (LIVNE, 2017). O controle se dá pela atuação dos profundos de forma simétrica com os flaperons atuantes como suplemento (LIVNE, 2017). Contudo, uma vez responsável pelo controle de um modo estável, esse sistema não se configura como controle ativo de *flutter* (LIVNE, 2017).

Acrescenta-se ainda a essa discussão questões sobre a robustez e segurança de aplicações reais para controle ativo de *flutter* de aeronaves. Para essa aplicação o sistema deve ser capaz de absorver variações e incertezas de medidas e no tipo e no modo de *flutter* (LIVNE, 2017). Além disso deve operar com harmonia com outros controladores ativos na aeronave (LIVNE, 2017).

Dessa forma, tem-se na tecnologia de controle ativo de *flutter* uma ferramenta de projeto a ser adotada. É uma solução passível de ser utilizada para correção de problemas na fase final de projetos ou de ser incluída na concepção do projeto e permitir o projeto de aeronaves mais eficientes (LIVNE, 2017).

## 2.2 Modelo Aeroelástico

Para fins de análise, foi estudada a seção típica. Conforme (BISPLINGHOFF; ASHLEY, 1975), a dinâmica da uma asa monoplane engastada na raiz real podia ser simulada se empregarmos as propriedades da seção típica em uma estação de 70 a 75% da distância da linha de centro a ponta da asa. Dados experimentais corroboram esta afirmação.

Como mostra a Figura 2.2, o sistema consiste de uma seção de asa com 2 graus de liberdade estruturais: vertical e torsional, e 1 GDL para uma superfície de comando. Para cada grau de liberdade é associada uma rigidez e um coeficiente de amortecimento. Dessa forma, um centro de gravidade (CG) é obtido para a seção da asa e da superfície de comando, bem como as inércias de massa desses componentes.

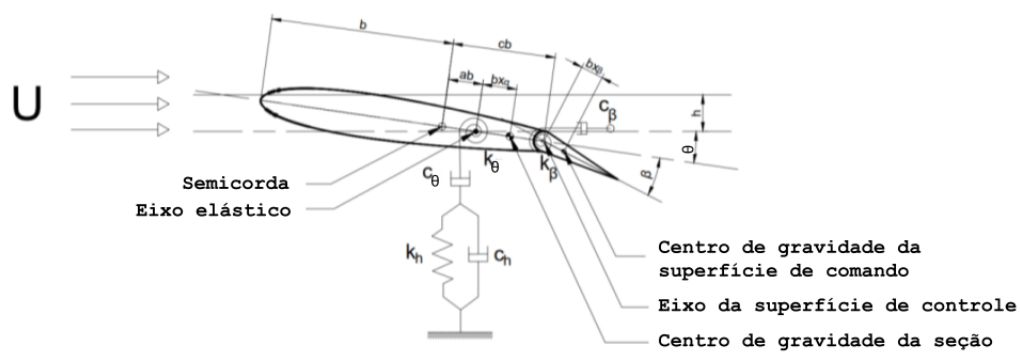


Figura 2.2 – Seção típica de uma asa com superfície de comando, tradução (TARABULSI, 2021)

Na Figura 2.2 temos da geometria:  $b$ , semi-corda da seção;  $cb$ , posição da articulação da superfície de comando em relação à semi-corda;  $bx_\beta$ , posição do CG da superfície de comando em relação ao ponto de articulação;  $ab$ , distância entre a semi-corda e o eixo elástico;  $bx_\theta$ , a distância entre eixo elástico e CG da seção. Além disso, para cada GDL,  $i$ , são associadas rigidezes,  $k_i$ , e amortecimentos viscosos,  $c_i$ , definidos, assim, para o movimento vertical,  $h$ , a torção em torno do eixo elástico,  $\theta$ , e a deflexão da superfície de comando,  $\beta$ .

O desenvolvimento do modelo é análogo ao (TARABULSI, 2021), fundamentado em (EDWARDS et al., 1979; THEODORSEN, 1935).

### 2.2.1 Equações de Movimento pelo Método de Lagrange

O sistema é determinado a partir das coordenadas generalizadas de movimento vertical  $h$ , de torção  $\theta$  e a deflexão da superfície de comando  $\beta$ . O sistema de coordenadas é

dextrogiro com os graus de liberdade rotacionais positivos no sentido horário e o eixo horizontal no sentido do vento. Assumem-se pequenos deslocamentos.

As equações de movimento podem ser determinadas para as coordenadas generalizadas a partir das equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial EC}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial EC}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial EP}{\partial q_i} = F_i, \quad (2.1)$$

onde  $q_i$  representa a coordenada generalizada,  $F_i$  a força generalizada associada,  $EC$  a energia cinética do sistema,  $D$  a energia dissipada e  $EP$  a energia potencial.

A energia cinética do sistema é dada por:

$$EC = \frac{1}{2}m\dot{h}^2 + \frac{1}{2}I_\theta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_\beta\dot{\beta}^2 + mx_\theta b\dot{h}\dot{\theta} + m_\beta x_\beta b\dot{h}\dot{\beta} + [(c-a)b^2m_\beta x_\beta + I_\beta]\dot{\theta}\dot{\beta}, \quad (2.2)$$

onde  $m$  é a massa do conjunto asa-superfície de comando por unidade de envergadura,  $m_\beta$  a massa da superfície de comando por unidade de envergadura,  $I_\theta$  a inércia do conjunto asa-superfície de comando em relação ao eixo elástico e  $I_\beta$  a inércia da superfície de comando em relação ao eixo de atuação.

A energia potencial do sistema é dada por:

$$EP = \frac{1}{2}k_h h^2 + \frac{1}{2}k_\theta \theta^2 + \frac{1}{2}k_\beta \beta^2. \quad (2.3)$$

O amortecimento estrutural é caracterizado por amortecimento viscoso, sendo o atrito seco do sistema desprezível. Assim, a energia de dissipação é dado por:

$$D = \frac{1}{2}c_h \dot{h}^2 + \frac{1}{2}c_\theta \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}c_\beta \dot{\beta}^2. \quad (2.4)$$

Dessa forma, derivando as equações (2.2), (2.3), (2.4) e substituindo na equação (2.1), tem-se as equações de movimento:

$$M_s \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} + D_s \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} + K_s \begin{Bmatrix} h \\ \theta \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L \\ M_\theta \\ M_\beta \end{Bmatrix} + L_c\{\beta\}, \quad (2.5)$$

onde o termo  $L_c\{\beta_c\}$  representa o torque para atuação da superfície de comando e

$$M_s = \begin{bmatrix} m & S_\theta & S_\beta \\ S_\theta & I_\theta & (c-a)bS_\beta + I_\beta \\ S_\beta & (c-a)bS_\beta + I_\beta & I_\beta \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} k_h & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k_\beta \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$D_s = \begin{bmatrix} c_h & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & c_\beta \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

sendo  $S_\theta = mbx_\theta$  o momento estático de massa do conjunto asa-superfície de comando por unidade de envergadura em relação ao centro elástico e  $S_\beta = m_\beta bx_\beta$  o momento estático de massa da superfície de comando por unidade de envergadura em relação ao eixo de rotação.

Por fim, o torque da atuação da superfície de comando,  $L_c$ , é dado por:

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_\beta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 2.2.2 Modelo Aerodinâmico

As forças aerodinâmicas são representadas a partir das coordenadas generalizadas ( $h$ ,  $\theta$  e  $\beta$ ). Assim, o modelo de pequenas perturbações (THEODORSEN, 1935) é utilizado. A partir de termos para descrição do comportamento não-circulatório e circulatório do perfil, a sustentação  $L$  e os momentos  $M_\theta$  e  $M_\beta$  no centro aerodinâmico são determinados.

O termo não-circulatório depende da aceleração linear e angular do perfil e representa a inércia/massa aparente do ar (HODGES; PIERCE, 2011). Enquanto o termo circulatório representa o efeito da esteira não-estacionária gerada (HODGES; PIERCE, 2011).

Considera-se relação de igualdade entre a deformação angular ( $\theta$ ) e o ângulo de ataque ( $\alpha$ ).

Assim, as forças e momentos em função do tempo,  $t$ , são definidas:

$$L(t) = L_{nc}(t) + L_c(t), \quad (2.10)$$

$$M_\alpha(t) = M_{\alpha,nc}(t) + M_{\alpha,c}(t), \quad (2.11)$$

$$M_\beta(t) = M_{\beta,nc}(t) + M_{\beta,c}(t), \quad (2.12)$$

onde,

$$L_{nc}(t) = -\pi\rho_\infty b^2\{\ddot{h} + U\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha} - \frac{b}{\pi}T_1\ddot{\beta} - \frac{U}{\pi}T_4\dot{\beta}\}, \quad (2.13)$$

$$M_{\alpha,nc}(t) = \pi\rho_\infty b^2\{ba\ddot{h} - Ub(\frac{1}{2} - a)\dot{\alpha} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} & -b^2(1/8 + a^2)\ddot{\alpha} \\ & + \frac{b^2}{\pi}(T_7 + (c - a)T_1)\ddot{\beta} \\ & - \frac{bU}{\pi}(T_1 - T_8 - (c - a)T_4 + \frac{1}{2}T_{11})\dot{\beta} \\ & - \frac{U^2}{\pi}(T_5 - T_4T_{10})\beta\}, \end{aligned}$$

$$M_{\beta,nc}(t) = \rho_\infty b^2\{bT_1\ddot{h} - 2b^2T_13\ddot{\alpha} + \frac{b^2}{\pi}T_3\ddot{\beta} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} & + Ub[2T_9 + T_1 - T_4(a - 1/2)]\dot{\alpha} \\ & + \frac{bU}{2\pi}T_4T_{11}\dot{\beta} \\ & - \frac{U^2}{\pi}(T_5 - T_4T_{10})\beta\}, \end{aligned}$$

$$L_c(t) = -2\pi\rho_\infty UbC(k)Q(t), \quad (2.16)$$

$$M_{\alpha,c}(t) = 2\pi\rho_\infty Ub^2(a + \frac{1}{2})C(k)Q(t), \quad (2.17)$$

$$M_{\beta,c}(t) = -\rho_\infty Ub^2T_{12}C(k)Q(t), \quad (2.18)$$

sendo  $Q(t)$  o *downwash*:

$$Q(t) = U\alpha + \dot{h} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\alpha} + \frac{b}{2\pi}T_{11}\dot{\beta} + \frac{U}{\pi}T_{10}\beta, \quad (2.19)$$

$U$  corresponde à velocidade do ar não perturbado,  $\rho_\infty$  à densidade do ar,  $C(k)$  é a função de Theodorsen, que dá informação sobre a fase entre oscilação do corpo e oscilação das forças e é função da frequência reduzida  $k = \frac{b\omega}{U}$ .

Os termos  $T_i$  são as constantes de Theodorsen, que incorporam informações acerca do comprimento da corda da superfície de comando e da corda da seção. Essas constantes são especificadas no *NACA Report No. 496*(THEODORSEN, 1935).

É de interesse descrever as forças aerodinâmicas por meio de relação direta com os termos de fase aerodinâmica para construção do modelo em espaço dos estados. Assim, utiliza-se a aproximação de Jones para a função de Wagner (TARABULSI, 2021), processo que visa aproximar a função generalizada de Theodorsen (CONNER; et al, 1997). Dessa forma, define-se os termos de fase do carregamento aerodinâmico  $l_1$  e  $l_2$  a partir da equação diferencial:

$$\begin{Bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \end{Bmatrix} = Q_a \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} + Q_v \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} + L_\lambda \begin{Bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \end{Bmatrix}, \quad (2.20)$$

onde,

$$Q_a = \begin{bmatrix} 1 & b(\frac{1}{2} - a) & \frac{bT_{11}}{2\pi} \\ 1 & b(\frac{1}{2} - a) & \frac{bT_{11}}{2\pi} \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

$$Q_v = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{T_{10}}{\pi} \\ 0 & 1 & \frac{T_{10}}{\pi} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$L_\lambda = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \frac{U}{b} & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \frac{U}{b} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

para  $\lambda_1 = 0.041$  e  $\lambda_2 = 0.320$ , pela aproximação de Jones (TARABULSI, 2021).

Nesse sentido, as forças aerodinâmicas são expressadas na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} L(t) \\ M_\alpha(t) \\ M_\beta(t) \end{Bmatrix} = M_a \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} + D_a \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} + K_a \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} + L_\delta \begin{Bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \end{Bmatrix}, \quad (2.25)$$

onde,

$$M_a = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b} & a & \frac{T_1}{\pi} \\ a & -b(\frac{1}{8} + a^2) & -\frac{2bT_{13}}{\pi} \\ \frac{T_1}{\pi} & -\frac{2bT_{13}}{\pi} & \frac{bT_3}{\pi^2} \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

$$D_a = \rho_\infty b^2 U \begin{bmatrix} -\frac{2\pi}{b} & -2\pi(1-a) & T_4 - T_{11} \\ \pi(2a+1) & -\pi ba(1-2a) & b(T_8 - T_1 + (c-a)T_4 + aT_{11}) \\ -T_{12} & b[2T_9 + T_1 + (T_{12} - T_4)(a - \frac{1}{2})] & \frac{b}{2\pi} T_{11}(T_4 - T_{12}) \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

$$K_a = \rho_\infty b^2 U^2 \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2\pi}{b} & -\frac{2T_{10}}{b} \\ 0 & 2\pi(a + \frac{1}{2}) & 2aT_{10} - T_4 \\ 0 & -T_{12} & -\frac{1}{\pi}[T_5 - T_{10}(T_4 - T_{12})] \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

$$L_\delta = \begin{bmatrix} \frac{2\pi\delta_1}{b} & \frac{2\pi\delta_2}{b} \\ -2\pi(a + \frac{1}{2})\delta_1 & -2\pi(a + \frac{1}{2})\delta_2 \\ T_{12}\delta_1 & T_{12}\delta_2 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

$$(2.30)$$

para  $\delta_1 = 0.165$  e  $\delta_2 = 0.335$ , pela aproximação de Jones (TARABULSI, 2021).

### 2.2.3 Espaço dos Estados

O modelo de análise pelo espaço dos estados para problemas de aeroservoelasticidade é amplamente utilizado desde a década de 1970 (LIVNE, 2017). Uma de suas vantagens é a facilidade de equacionar e analisar problemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Busca-se equacionar o problema aeroelástico na forma padrão de espaço dos estados de um sistema linear:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.31)$$

$$y = Cx + Du. \quad (2.32)$$

O sistema compreende 8 estados, 6 estruturais e 2 do modelo aerodinâmico. As equações são escritas na forma adimensional a partir dos parâmetros (TARABULSI, 2021):

1.  $\mu = \frac{m}{\pi\rho_\infty b^2}$ , razão da massa da asa por unidade de envergadura pela massa de ar deslocada;
2.  $r_\alpha^2 = \frac{I_\alpha}{mb^2}$ , raio de giração adimensional do conjunto asa-superfície de comando em relação ao eixo elástico;
3.  $r_\beta^2 = \frac{I_\beta}{m_\beta b^2}$ , raio de giração adimensional da superfície de comando em relação ao eixo de rotação;
4.  $k_h = m\omega_h^2$ , rigidez do movimento vertical,  $\omega_h$  frequência não acoplada;
5.  $k_\alpha = I_\alpha\omega_\alpha^2$ , rigidez do movimento torsional,  $\omega_\alpha$  frequência não acoplada;
6.  $k_\beta = I_\beta\omega_\beta^2$ , rigidez do movimento de rotação da superfície de comando,  $\omega_\beta$  frequência não acoplada;
7.  $\sigma = \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}$ , razão entre frequências não acopladas;
8.  $V = \frac{U}{b\omega_\alpha}$ , velocidade reduzida;
9.  $c_h = 2I_h\omega_h\zeta_h$ , amortecimento estrutural movimento vertical,  $\zeta_h$  razão de amortecimento;
10.  $c_\alpha = 2I_\alpha\omega_\alpha\zeta_\alpha$ , amortecimento estrutural movimento torsional,  $\zeta_\alpha$  razão de amortecimento;
11.  $c_\beta = 2I_\beta\omega_\beta\zeta_\beta$ , amortecimento estrutural movimento da superfície de comando,  $\zeta_\beta$  razão de amortecimento;

12.  $\tau = \omega_\alpha t$ , tempo adimensional;

Assim, escreve-se o sistema aeroservoelástico na forma de espaço dos estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.33)$$

$$y = Cx + Du, \quad (2.34)$$

para,

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

$$A_{11} = -[\bar{M}_s - \bar{M}_a]^{-1}[\bar{D}_s - \bar{D}_a], \quad (2.36)$$

$$A_{12} = -[\bar{M}_s - \bar{M}_a]^{-1}[\bar{K}_s - \bar{K}_a], \quad (2.37)$$

$$A_{13} = -[\bar{M}_s - \bar{M}_a]^{-1}\bar{L}_\delta, \quad (2.38)$$

$$A_{21} = I_{3 \times 3}, \quad (2.39)$$

$$A_{22} = [0]_{3 \times 3}, \quad (2.40)$$

$$A_{23} = [0]_{3 \times 2}, \quad (2.41)$$

$$A_{31} = \bar{Q}_a A_{11} + \bar{Q}_v, \quad (2.42)$$

$$A_{32} = \bar{Q}_a A_{12}, \quad (2.43)$$

$$A_{33} = \bar{Q}_a A_{13} + \bar{L}_\sigma, \quad (2.44)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \\ B_{31} \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

$$B_{11} = [\bar{M}_s - \bar{M}_a]^{-1}\bar{L}_c, \quad (2.46)$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.47)$$

$$B_{31} = \bar{Q}_s B_{11}, \quad (2.48)$$

onde,



$$\bar{M}_s = \mu \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha & \frac{m_\beta}{m} x_\beta \\ x_\alpha & r_\alpha^2 & \frac{m_\beta}{m} [(c-a)x_\beta + r_\beta^2] \\ \frac{m_\beta}{m} x_\beta & \frac{m_\beta}{m} [(c-a)x_\beta + r_\beta^2] & \frac{m_\beta}{m} r_\beta^2 \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

$$\bar{D}_s = 2\mu \begin{bmatrix} \sigma \zeta_h & 0 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \zeta_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_\beta}{m} \frac{\omega_\beta}{\omega_\alpha} r_\beta^2 \zeta_\beta \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

$$\bar{K}_s = \mu \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_\beta}{m} \left(\frac{\omega_\beta}{\omega_\alpha}\right)^2 r_\beta^2 \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

$$\bar{L}_c = \mu \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{m_\beta}{m} \left(\frac{\omega_\beta}{\omega_\alpha}\right)^2 r_\beta^2 \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

$$\bar{M}_a = \begin{bmatrix} -1 & a & \frac{T_1}{\pi} \\ a & -\left(\frac{1}{8} + a^2\right) & -\frac{2T_{13}}{\pi} \\ \frac{T_1}{\pi} & -\frac{2T_{13}}{\pi} & -\frac{T_3}{\pi^2} \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

$$\bar{D}_a = V \begin{bmatrix} -2 & -2(1-a) & \frac{T_4 - t_{11}}{\pi} \\ 1 + 2a & a(1-2a) & \frac{1}{\pi} [T_8 - T_1 + (c-a)T_4 + aT_{11}] \\ \frac{-T_{12}}{\pi} & \frac{1}{\pi} [2T_9 + T_1 + (T_{12} - T_4)(a - \frac{1}{2})] & \frac{T_{11}}{2\pi^2} (T_4 - T_{12}) \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

$$\bar{K}_a = V^2 \begin{bmatrix} 0 & -2 & -\frac{2T_{10}}{\pi} \\ 0 & 1 + 2a & \frac{1}{\pi} (2aT_{10} - T_4) \\ 0 & -\frac{T_{12}}{\pi} & -\frac{1}{\pi^2} [T_5 - T_{10}(T_4 - T_{12})] \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\bar{L}_\delta = 2V \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ -\left(\frac{1}{2} + a\right)\delta_1 & -\left(\frac{1}{2} + a\right)\delta_2 \\ \frac{T_{12}\delta_1}{2\pi} & \frac{T_{12}\delta_2}{2\pi} \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

$$\bar{Q}_a = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} - a & \frac{T_{11}}{2\pi} \\ 1 & \frac{1}{2} - a & \frac{T_{11}}{2\pi} \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

$$\bar{Q}_v = U \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{T_{10}}{\pi} \\ 0 & 1 & \frac{T_{10}}{\pi} \end{bmatrix}, \quad (2.58)$$

$$\bar{L}_\lambda = V \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

Assim, o vetor de estado é:

$$x = \begin{bmatrix} \dot{h} & \dot{\alpha} & \dot{\beta} & h & \alpha & \beta & l_1 & l_2 \end{bmatrix}^T. \quad (2.60)$$

A matriz  $C$  correlaciona o estado com a saída, ou seja, as variáveis do sistema medidas. Entende-se que os termos de fase das forças aerodinâmicas não podem ser medidos (LIVNE, 2017; TARABULSI, 2021). Dessa forma, considera-se que apenas a variável de estado  $\beta$  é conhecida. Esta é associada ao atuador da superfície de comando. As variáveis de estado restantes são estimadas.

Assim,  $C$  assume a forma:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

### 3 Controle Preditivo

#### 3.1 Introdução

*Model Predictive Control* (MPC) ou Controle Preditivo Baseado em Modelo (CPBM) surgiu na década de 1970 e rapidamente se tornou popular em plantas de processos químicos industriais (CAMACHO; BORDONS, 2007). Essa popularidade é atribuída à facilidade de aplicação em problemas multivariáveis, sua intuitividade, menor requisito de informações *a priori* para identificação da planta e fácil integração de restrições na atuação e saída (CAMACHO; BORDONS, 2007).

O termo MPC não designa uma estratégia de controle específica, mas uma gama de métodos que utiliza o modelo do processo para obter a sequência de controle por minimização de uma função objetivo (CAMACHO; BORDONS, 2007).

Dentre as vantagens do MPC, destaca-se: compensação intrínseca de tempo de resposta; fácil inclusão de restrições; compensação para perturbações medidas; fácil implementação de sistemas multivariáveis; implementação em modelos de espaço dos estados. Nesse sentido, garante generalização para problemas mais complexos, processos não-lineares, sistemas com perturbações e ruídos; (CAMACHO; BORDONS, 2007).

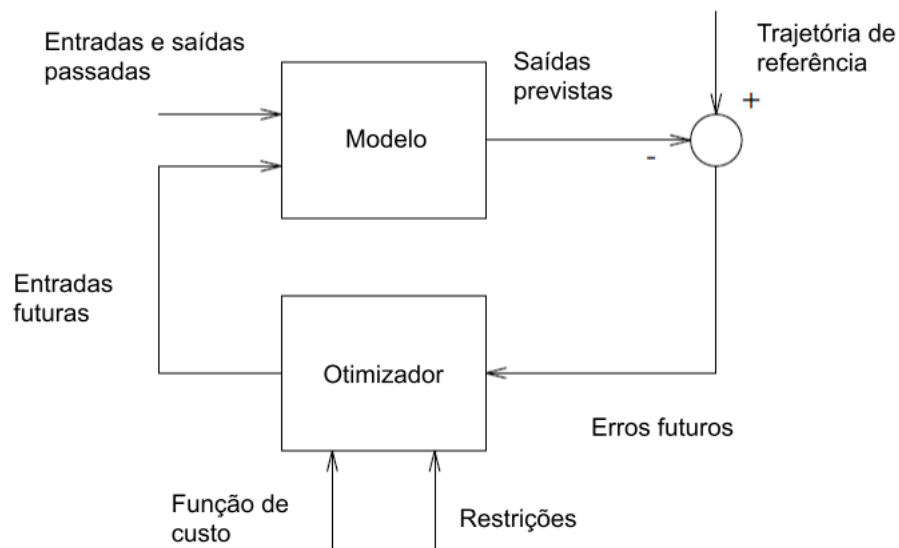


Figura 3.1 – Estrutura básica MPC, tradução (CAMACHO; BORDONS, 2007)

A estrutura básica de um MPC é apresentada na Figura 3.1. Nesse contexto, definem-se os elementos desse controlador como:

1. Modelo de predição;
2. Função objetivo;
3. Obtenção da lei de controle.

O modelo de predição é responsável por calcular a saída prevista pra instantes futuros  $\hat{y}(t+k|t)$ . Neste trabalho será utilizado o modelo discreto no espaço dos estados.

A função objetivo define o problema para obtenção da lei de controle. Um objetivo geral é que a saída futura ( $y$ ) siga um sinal de referência ( $w$ ) e ao mesmo tempo o esforço de controle ( $\Delta u$ ) é penalizado. Na função objetivo pode ser considerado o tamanho do horizonte de predição e controle, a trajetória de referência e restrições de controle e saída.

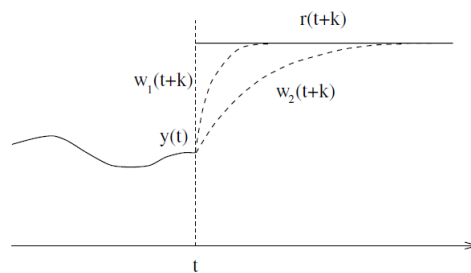


Figura 3.2 – Trajetória de referência, (CAMACHO; BORDONS, 2007)

Por fim, a lei de controle é obtida a partir da minimização da função objetivo. Assim, obtém-se os valores de entrada  $u(t+k|t)$  que geram a saída prevista  $\hat{y}(t+k|t)$  que minimiza a função de custo.

Nesse sentido, pela condição de horizonte deslizante, uma sequência de controle é calculada para o horizonte de predição, minimizando a função objetivo e respeitando as restrições, mas somente o primeiro comando dessa sequência é aplicado. Assim, no instante seguinte, com novas informações, medidas e estimações, sobre o estado, o processo é repetido.

### 3.2 Controle por Modelo Preditivo Discreto com Prescrição de Estabilidade

A formulação para o controle preditivo no espaço dos estados por implementação discreta é (WANG, 2009; TARABULSI, 2021):

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_m x(k) + B_m u(k) + B_d \omega(k), \\ y(k) &= C_m x(k), \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde assume-se que pela condição do horizonte deslizante, a saída é apenas afetada pelo estado e o termo  $D_m u = 0$ , ou seja, a entrada não afeta a saída do mesmo instante  $k$ . Além disso,  $\omega$  é a perturbação de entrada e possui uma sequência de ruído branco  $\epsilon(k)$  de média zero, definido:

$$\omega(k) - \omega(k-1) = \epsilon(k). \quad (3.2)$$

Com o intuito de mitigar erros de integração, utilizou-se um modelo expandido. Assim, define-se  $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$  e  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ , então:

$$\begin{aligned} \Delta x(k+1) &= A_m \Delta x(k) + B_m \Delta u(k) + B_d \epsilon(k), \\ \Delta y(k+1) &= C_m \Delta x(k+1) = C_m A_m \Delta x(k) + C_m B_m \Delta u(k) + C_m B_d \epsilon(k), \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde  $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$ , de modo que na notação matricial para  $m$  entradas,  $q$  saídas e  $n_1$  estados:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & 0_{q \times n_1}^T \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ C_m B_d \end{bmatrix} \epsilon(k), \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 0_{q \times n_1} & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Em notação simplificada:

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= A \bar{x}(k) + B \Delta u(k) + B_\epsilon \epsilon(k), \\ y(k) &= C \bar{x}(k). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Para a solução do sistema, define-se:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \begin{bmatrix} \Delta u(k_i)^T & \Delta u(k_i+1)^T & \dots & \Delta u(k_i+N_c-1)^T \end{bmatrix}^T, \\ Y &= \begin{bmatrix} y(k_i+1|k_i)^T & y(k_i+2|k_i)^T & \dots & y(k_i+N_p|k_i)^T \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde  $N_p$  representa o horizonte de predição, ou seja, o número de instantes futuros para os quais a função objetivo é avaliada.  $N_c$  representa o horizonte de controle, ou seja, o tamanho da sequência de controle. De modo que,  $N_c \leq N_p$ .

Nesse contexto, para menor custo computacional, utilizam-se as funções de Laguerre para solução do problema de malha fechada (WANG, 2009). Nesse método, descreve-se a sequência de controle a partir de funções ortonormais. As transformadas  $z$  da rede de Laguerre é:

$$\begin{aligned}\Gamma_1(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a^2z^{-1}}, \\ \Gamma_2(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a^2z^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}}, \\ &\vdots \\ \Gamma_N(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a^2z^{-1}} \left(\frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}}\right)^{N-1},\end{aligned}\tag{3.7}$$

onde,  $a$  é o polo da rede de Laguerre selecionado pelo usuário e em geral entre  $0 \leq a \leq 1$ , por questão de estabilidade (WANG, 2009).

Define-se  $l_1(k), l_2(k), \dots, l_N(k)$  como a transformada  $z$  inversa da rede de Laguerre (3.7). De modo que em conjunto com os coeficientes  $c_j$ , funções do tempo inicial do horizonte de predição ( $k_i$ ), descreve-se a sequência de comando:

$$\Delta u(k_i + k) = \sum_{j=1}^N c_j(k_i) l_j(k),\tag{3.8}$$

ou na forma vetorial,

$$\Delta u(k_i + k) = L(k)^T \eta,\tag{3.9}$$

onde,

$$\eta = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_N]^T\tag{3.10}$$

Para a formulação com as funções de Laguerre, a sequência de controle não mais é de definida por  $N_c$  e sim por meio de  $N$  e  $a$ .

A função objetivo é definida (WANG, 2009):

$$J = \sum_{m=1}^{N_p} x(k_i + m|k_i)^T Q x(k_i + m|k_i) + \eta^T R \eta.\tag{3.11}$$

$Q$  e  $R$  são parâmetros de ajuste do controlador. Assim, busca-se a vetor  $\eta$  que minimiza a função objetivo, respeitando as restrições impostas para a entrada (taxa de entrada e

módulo). Utiliza-se a formulação da função objetivo proposta por (??) para aproximar o MPC ao controlador DLQR.

Com o intuito de uniformizar a resposta do sistema para diferentes condições, acrescentou-se a prescrição de estabilidade  $\lambda$ . Essa pode assumir valores do intervalo  $0 < \lambda < 1$ , tal que limita os polos da malha fechada para dentro do círculo de raio  $\lambda$  no plano real-imaginário. Nesse sentido, acrescenta-se a prescrição de estabilidade por meio da definição de  $Q_\alpha$  e  $R_\alpha$  (WANG, 2009), onde:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \lambda^2 Q + (1 - \lambda^2) P_\infty, \\ R_\alpha &= \lambda^2 R, \end{aligned} \quad (3.12)$$

sendo  $P_\infty$  a solução da equação de Riccati (WANG, 2009):

$$\frac{A^T}{\lambda} [P_\infty - P_\infty \frac{B}{\lambda}] (R + \frac{B^T}{\lambda} P_\infty \frac{B}{\lambda})^{-1} \frac{B^T}{\lambda} \frac{A}{\lambda} + Q - P_\infty = 0. \quad (3.13)$$

Dessa forma, a lei de controle/sequência de comando é obtida:

$$\Delta u(k) = -K_{mpc} x(k), \quad (3.14)$$

para,

$$\begin{aligned} K_{mpc} &= L(0)^T \Omega^{-1} \Psi, \\ \Omega &= \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q_\alpha \phi(m)^T + R_\alpha, \\ \Psi &= \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q_\alpha A^m, \\ \phi(m)^T &= \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-1} B L(i)^T. \end{aligned} \quad (3.15)$$

### 3.3 Controlabilidade e Observabilidade

Controlabilidade do sistema é um pré-requisito para que o controlador preditivo chegue numa resposta de malha fechada desejada (WANG, 2009). Observabilidade é um pré-requisito para que exista um observador e um estimador (WANG, 2009).

Um sistema é dito observável se para cada instante  $k_0$ , existe um instante  $k_1 > k_0$  de modo que com conhecimento da saída  $y(k)$  e a entrada  $u(k)$  no intervalo  $k_0 \leq k \leq k_1$  calcula-se o estado para o intervalo (WANG, 2009).

Um sistema é dito controlável se partindo de um estado  $x(0)$  ele é capaz por meio de uma entrada  $u(t)$  chegar a um valor  $x(t_f)$  arbitrário em um tempo finito  $t_f$ , (TARABULSI, 2021).

A condição de observabilidade é manifestada no posto matricial da matriz  $L_0$ . Caso o posto matricial seja igual ao número de estados, o sistema é observável.

$$\begin{aligned} \text{rank}(L_0) &= n_1 & (3.16) \\ L_0 &= \begin{bmatrix} C_m \\ C_m A_m \\ \vdots \\ C_m A_m^{n-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Já a condição de controlabilidade é representada pela igualdade:

$$n_1 = \text{rank} \begin{bmatrix} B_m \\ A_m B_m \\ \vdots \\ A_m^{n-1} B_m \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Caso a igualdade na equação (3.17) seja respeitada, o sistema é controlável.



### 3.4 Filtro de Kalman

Uma vez que parte dos estados não são conhecidos, por restrições de custo da implementação e por limitações físicas (TARABULSI, 2021), utiliza-se um estimador de estado. Se o sistema é observável, o estado estimado é definido por:

$$\hat{x}(k_i + 1) = A\hat{x}(k_i) + B \Delta u(k_i) + K_{ob}(y(k_i) - C\hat{x}(k_i)), \quad (3.18)$$

onde  $K_{ob}$  é a matriz de ganho do filtro de Kalman.

Encontra-se  $K_{ob}$  por meio da solução da equação de Riccati (WANG, 2009).

$$\begin{aligned} K_{ob}(k) &= APC^T(R + CPC^T)^{-1}, \\ P(k + 1) &= APA^T - APC^T(R + CPC^T)^{-1}CPA^T + Q. \end{aligned} \quad (3.19)$$

### 3.5 Ganho escalonado

Como descrito, a estabilidade do sistema deste trabalho em malha aberta varia com a velocidade. Dessa forma, define-se um problema de ganho escalonado onde os parâmetros de ajuste do controlador devem acompanhar a alteração do sistema com a velocidade.

A abordagem do ganho escalonado neste trabalho é definida a partir do ajuste do controlador para pontos de operação diferentes (CAMACHO; et al, 1994; CAMACHO; BORDONS, 2007). Assim, em uma velocidade qualquer os parâmetros de ajuste do controlador são escolhidos por meio de uma interpolação linear entre pontos de referência.

Assume-se, nesta implementação, que a dinâmica da velocidade do escoamento no tempo é muito mais lenta que a resposta do sistema.

Nesse sentido, para cada velocidade um problema de otimização multiobjetivo é resolvido por meio do método de Pareto. Encontra-se em um ponto de referência o conjunto de soluções não-dominadas para  $R$  e um valor desse conjunto é escolhido a fim de melhor alcançar os objetivos definidos neste trabalho.

## 4 Resultados

Definiu-se a seguinte sequência de passos para alcançar os objetivos deste trabalho:

1. Análise de estabilidade em malha aberta do sistema aeroelástico;
2. Análise e simulação em malha fechada do sistema aeroelástico com controlador;
3. Ganho escalonado por meio de otimização multi-objetivo pelo método de Pareto dos parâmetros do controlador.

Nesse sentido, o sistema de controle e modelo aeroelásticos foram implementados em *MATLAB*<sup>®</sup> por meio dos códigos disponíveis em (TARABULSI, 2021) e (WANG, 2009). De (TARABULSI, 2021) foram utilizados os códigos para o sistema aeroelástico descritos na seção 2.2.3. Já de (WANG, 2009) utilizaram-se os códigos para o MPC discreto com funções de Laguerre, descrito na seção 3, e para o filtro de Kalman, apresentado na seção 3.4.

### 4.1 Malha aberta

A análise em malha aberta consiste na avaliação da estabilidade do sistema aeroelástico, sem ação do controlador. Neste trabalho, adotar-se-á como referência para a condição de estabilidade a velocidade do escoamento, assumindo escoamento incompressível e atmosfera ao nível do mar. Dessa forma, define-se a velocidade de flutter como aquela a partir da qual o sistema é instável frente a perturbações.

Nota-se que o modelo implementado se limita a pequenos deslocamentos e baixos ângulos de ataque por se tratar de modelo de escoamento potencial. Ademais, a formulação da teoria aerodinâmica no espaço dos estados, no item 2.2.2, impõe um erro conhecido, devido a aproximação da função de Wagner (LIVNE, 2017), transformada no tempo do modelo de Theodorsen.

Por meio da análise dos polos do sistema no espaço dos estados é possível identificar a estabilidade desse, representada pela taxa de amortecimento  $g$  dos modos de vibrar. Assim, as curvas de amortecimento por velocidade de cada modo são traçadas. No momento em que esse amortecimento é positivo para um modo o sistema se torna instável.

Outra representação do instante de flutter é dada pela curva da frequência dos modos de vibrar pela velocidade. No instante de flutter há acoplamento de modos e a frequência de vibração se aproxima da frequência acoplada em vibração livre.

#### 4.1.1 Resultados da malha aberta

O comportamento do sistema em malha aberta foi simulado a partir do problema de flutter definido na seção 2.

Buscou-se validar o modelo aeroelástico tomando como base resultados experimentais disponíveis em (CONNER; et al, 1997) e reproduzidos em (TARABULSI, 2021). Assim, os valores na Tabela 4.1 foram adotados para as variáveis do modelo.

Por meio de uma verificação dos códigos disponíveis em (TARABULSI, 2021) encontraram-se erros entre o modelo proposto e o implementado em *MATLAB*<sup>®</sup>. Essas divergências compreendem as matrizes de massa e inércia do sistema e foram corrigidas para este trabalho.

A partir dessas entradas, foram obtidos os resultados da Tabela 4.2 e Figura 4.1.

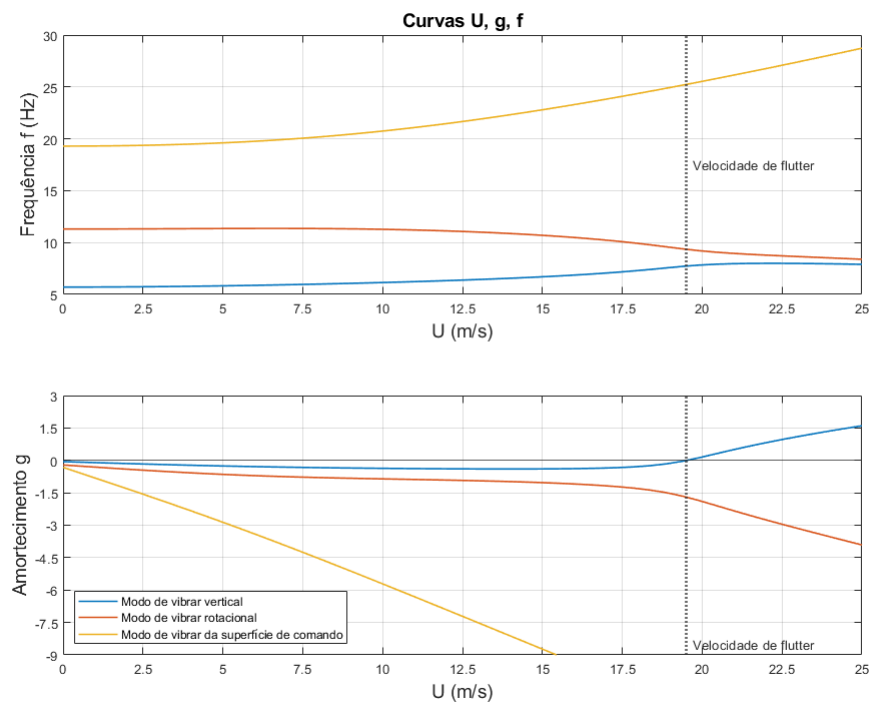


Figura 4.1 – Curva U, g, f, fonte: Autor

Tabela 4.1 – Dados para simulação, (CONNER; et al, 1997)

Parâmetros geométricos	
Corda	0,254 m
Envergadura	0,52 m
Semi-corda, $b$	0,127 m
Posição eixo elástico, $a$ em relação a $b$	-0,5
Posição linha de articulação, $c$ em relação a $b$	0,5
Parâmetros de massa	
Massa da asa	0,62868 kg
Massa do aileron	0,18597 kg
Massa por comprimento da asa-aileron	1,558 kg/m
Parâmetros de inércia	
$S_\alpha$ (por envergadura)	0,08587 kg m
$S_\beta$ (por envergadura)	0,00395 kg m
$x_\alpha$	0,434
$x_\beta$	0,01996
$I_\alpha$ (por envergadura)	0,01347 kg m <sup>2</sup>
$I_\beta$ (por envergadura)	0,0003264 kg m <sup>2</sup>
$r_\alpha$	0,7321
$r_\beta$	0,11397
$\kappa$	0,03984
Parâmetros de rigidez	
$K_\alpha$ (por envergadura)	14861 1/s <sup>2</sup>
$K_\beta$ (por envergadura)	1551 1/s <sup>2</sup>
$K_h$ (por envergadura)	1809 1/s <sup>2</sup>
Parâmetros de amortecimento	
$\zeta_\alpha$ (decaimento logarítmico)	0,01626
$\zeta_\beta$ (decaimento logarítmico)	0,0115
$\zeta_h$ (decaimento logarítmico)	0,0113

Tabela 4.2 – Resultados análise de flutter, malha aberta, fonte: Autor

	Simulação	Simulação (TARABULSI, 2021)	Experimental
Velocidade de flutter (m/s)	19,51	23,90	20,60
Frequência de flutter (Hz)	7,73	6,11	5,47

Na Figura 4.1 é possível identificar a velocidade em que os modos de vibrar vertical e de rotação se acoplam, ocasionando a instabilidade.

Em função dos erros de implementação presentes nas matrizes de inércia e rigidez em (TARABULSI, 2021), os resultados encontrados por esse autor divergem dos encontrados neste trabalho. Nesse contexto, com base na Tabela 4.2, há boa correlação deste trabalho com os dados experimentais na velocidade de flutter. Já para a frequência de vibração no instante de flutter há uma maior divergência. Contudo, tem-se que os resultados da simulação deste trabalho são mais conservativos que os experimentais.

Destaca-se do comportamento do sistema em malha aberta a presença de zeros de fase não-mínima, como mostra o mapa de polos e zeros da Figura 4.2. Essa característica se mantém para qualquer velocidade de escoamento.

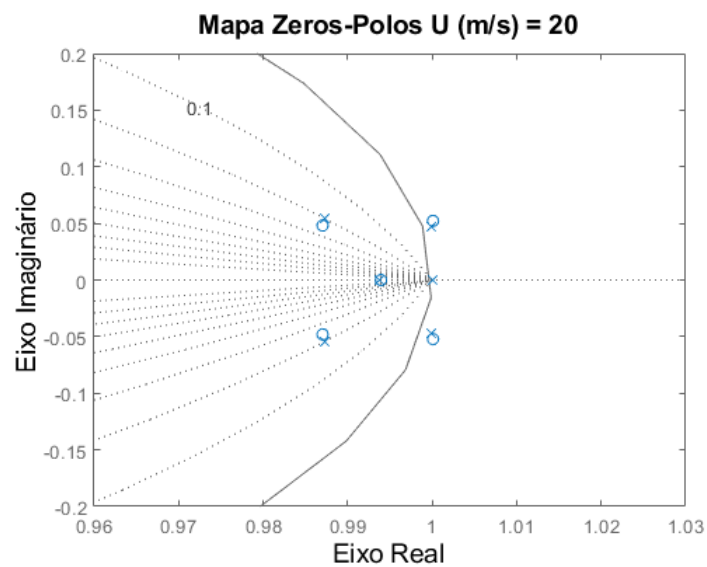


Figura 4.2 – Mapa Zeros-Polos, fonte: Autor

## 4.2 Malha fechada

A malha fechada compreende o sistema aeroelástico e o controlador. Assim, a análise do conjunto é feita por meio da simulação da resposta frente a um estado inicial  $x(0)$ .

Os parâmetros de ajuste do controlador são listados na seção 4.2.1. Em exceção para  $R$ , variável do ganho escalonado, esses parâmetros foram definidos como fixos ao longo deste trabalho.

Destaca-se que o processo de otimização da função de custo definida foi realizado por meio do método de Hildreth de programação quadrática, com aplicação descrita em (WANG, 2009).

Nota-se ainda a utilização do observador pelo filtro de Kalman sobre o modelo expandido. Dessa forma, definida a matriz  $C$  na equação (2.61), o vetor de estado fora estimado a partir da variável  $\beta$  de ângulo de deflexão da superfície de comando.

Nesse sentido, busca-se avaliar o comportamento do sistema nas duas regiões de estabilidade e na velocidade de flutter. É esperado que o controlador seja capaz de acomodar o sistema frente à perturbação na região de instabilidade da malha aberta. Além disso, espera-se maior decaimento para a resposta da malha fechada na região estável da malha aberta.

Para isso, aplicou-se uma perturbação inicial no ângulo de ataque da seção de 2° em três instantes de estabilidade da malha aberta e observou-se a resposta da malha fechada.

### 4.2.1 Resultados da malha fechada

O controle preditivo baseado em modelo discreto com estabilidade prescrita foi implementado em *MATLAB*<sup>®</sup> por meio de modificações e adições aos códigos disponíveis em (WANG, 2009; TARABULSI, 2021).

Análogo à seção 4.1, utilizaram-se os dados presentes em (TARABULSI, 2021) para definição das restrições de taxa de entrada máxima e valor máximo da variável de entrada para o controlador. Esses valores são listados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Restrições da variável de controle  $\beta$

Restrição	Valor
Taxa de entrada ( $^{\circ}/s$ )	$\pm 105$
Valor máximo ( $^{\circ}$ )	$\pm 10$

Adotaram-se os valores de prescrição de estabilidade e passo temporal da Tabela 4.4. Assim, busca-se garantir que os polos da malha fechada estejam dentro do círculo de raio 0,995 no plano real-imaginário. Esse valor é válido para qualquer velocidade de escoamento na qual as restrições da variável de controle não são ativas.

Tabela 4.4 – Taxa de decaimento e passo temporal

	Valor
Taxa de decaimento (%)	0,5
Passo temporal (s)	0,05

Em testes preliminares, definiram-se os valores de entrada para o observador, o valor do polo da rede de Laguerre, a ordem da rede de Laguerre e o tamanho do horizonte de predição. Assim, esse valores serão constantes neste trabalho, cabendo ao ganho escalonado descrito na seção 4.3.1 o ajuste do controlador com base na velocidade do escoamento por meio do  $Q$  e  $R$  da função de custo. Os parâmetros constantes citados estão presentes na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Parâmetros MPC

	Valor
Tamanho do horizonte de predição, $N_p$	500
Ordem da série de Laguerre, $N$	32
Polo da série de Laguerre, $a$	0,7
$Q_{obs}$	10
$R_{obs}$	1

Assim, propôs-se o teste do controlador para três regiões de estabilidade: velocidade 10% abaixo da velocidade de flutter, no ponto de flutter e velocidade 10% acima. Em cada velocidade o sistema parte de um estado com  $\alpha = 2^\circ$  e sua resposta é simulada.

Como estimativa inicial, definiu-se  $Q$  por meio de valores máximos esperados para as variáveis de estado, com o termo integrador ajustado por processo qualitativo. A matriz  $Q$  é escrita:

$$Q = \text{diag}[0,0161 \quad 1 \quad 0,0821 \quad 0,0040 \quad 0,0400 \quad 14,5903 \quad 0 \quad 0 \quad 0,0100] \quad (4.1)$$

Dessa forma, para  $R = 100$ , obtiveram-se os resultados da malha fechada presentes na Figuras 4.3, 4.4 e 4.5. Esses são comparados aos resultados da malha aberta para os mesmos instantes e perturbação inicial.

As curvas da variável de controle  $u$  e sua derivada temporal estão presentes na Figura 4.6, onde é possível observar a operação do controlador dentro das restrições estabelecidas.

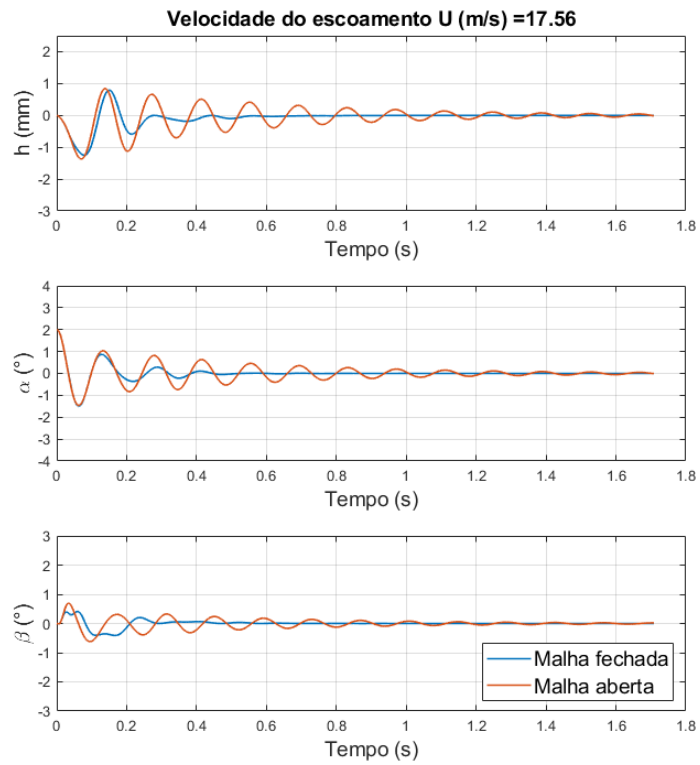


Figura 4.3 – Resposta simulada malha aberta estável, fonte: Autor

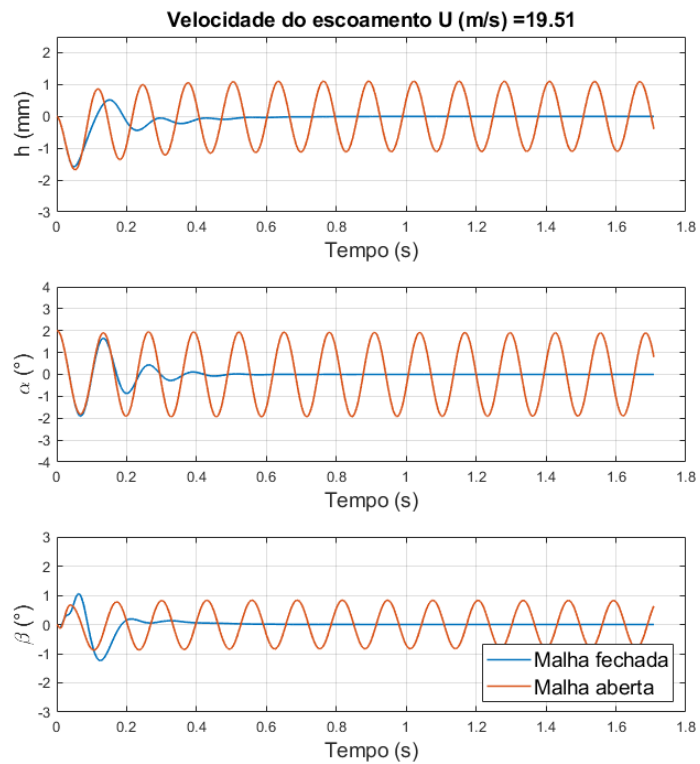


Figura 4.4 – Resposta simulada malha aberta em vibração não-amortecida, fonte: Autor



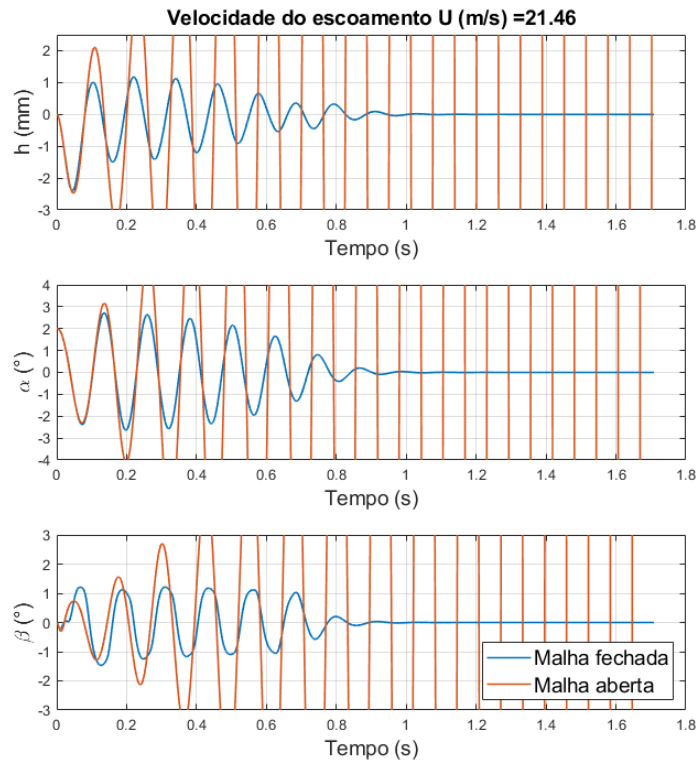


Figura 4.5 – Resposta simulada malha aberta instável, fonte: Autor

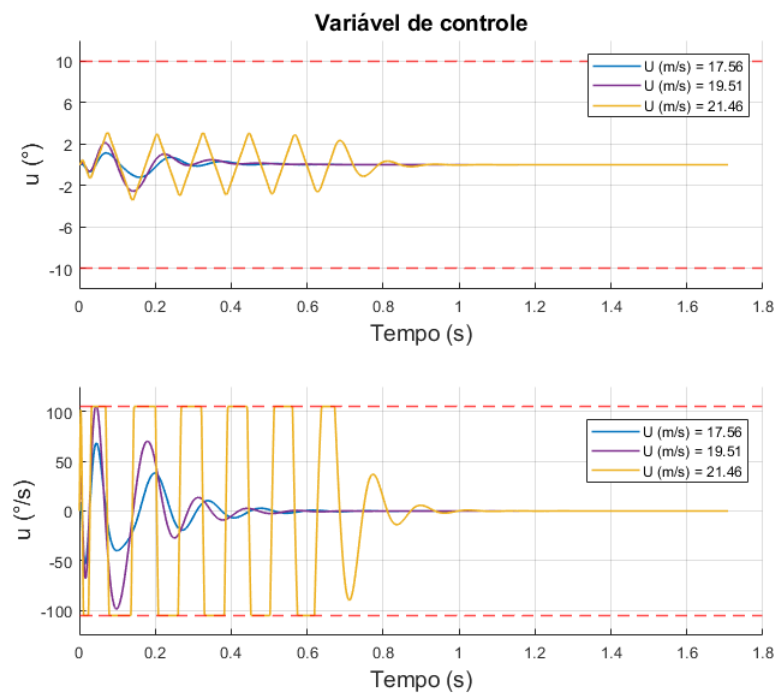


Figura 4.6 – Variável de controle  $R = 100$ , fonte: Autor

### 4.3 Ganho escalonado

O ganho escalonado é proposto uma vez que as características do sistema mudam de acordo com a velocidade. Dessa forma, utilizou-se  $R$  como a variável do processo.

Assim, para cada velocidade de referência um processo de otimização multiobjetivo foi proposto. Sendo  $R$  a variável, definiu-se uma função de custo baseada na integral do erro quadrático de trajetória de  $\alpha$  da seção e na integral de energia de atuação.

A integral do erro quadrático de trajetória é definida por:

$$E_1 = \int_0^T (\alpha(t) - r(t))^2 dt. \quad (4.2)$$

Uma vez que é de interesse observar a acomodação do sistema perturbado,  $r(t) = 0$ .

Já a integral de energia de atuação é equacionada:

$$E_2 = \int_0^T u(t)^2 dt. \quad (4.3)$$

Dessa forma, a função de custo foi definida por:

$$F = \begin{bmatrix} E_1 \\ 10E_2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Nesse sentido, a partir da função de custo definida, empregou-se o método de Pareto para busca de soluções não-dominadas de  $F$  e  $R$ . Esse conjunto representa os valores de  $R$  para os quais não se consegue melhorar ainda mais o valor de um dos objetivos sem penalizar o outro objetivo. O método é descrito em (FLEISCHER, 2003) e se encontra implementado na função *paretosearch* no pacote do *MATLAB*<sup>®</sup>.

Dentre o conjunto de soluções não-dominadas, escolheu-se o valor de  $R$  que retornava a menor soma do erro quadrático de  $\alpha$  com a energia de atuação.

Dessa forma, realizou-se o processo de otimização para velocidades entre 6 e 22 *m/s*. Assume-se que para velocidades menores que 6 *m/s* o amortecimento natural do sistema é alto, sendo de pouco interesse a operação do controlador nessas regiões. O limite superior é determinado e justificado com base no limite de estabilidade da malha fechada, a ser apresentado neste trabalho.

### 4.3.1 Resultados do ganho escalonado

Como descrito no item 4.3, propôs-se a utilização do ganho escalonado a fim de permitir o ajuste do controlador com base na velocidade do escoamento.

Assim, sendo o envelope de velocidades entre 6 e 22  $m/s$ , definiram-se as velocidades de referência igualmente espaçadas ao passo de 1  $m/s$ . Dessa forma, para essas velocidades manteve-se  $Q$  fixo e variou-se o  $R$  em busca de uma solução ótima pelo método descrito item 3.5. Adotou-se  $R = 500$  como o limite superior da busca e  $R = 0,0001$  como o limite inferior, por motivos de condicionamento numérico.

O processo de busca pelo método de Pareto foi realizado utilizando os valores presentes na Tabela 4.6 de precisão da malha e tolerância de mudança para as funções objetivo. Esses valores foram escolhidos a fim de garantir boa convergência dos resultados.

Tabela 4.6 – Entradas - Pareto

	Valor
Tolerância de malha	$10^{-9}$
Tolerância de mudança na avaliação do objetivo	$10^{-7}$

Dessa forma, escolheu-se da fronteira de Pareto o  $R$  que para cada velocidade retornava a menor soma do erro quadrático de trajetória de  $\alpha$  e com a energia de controle. Assim, foram obtidos os resultados listados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Saídas ganho escalonado

$U(m/s)$	$R$	$E_1$	$E_2$
6	100,875	0,0317	1,0253
7	200	0,0294	0,6209
8	48,01	0,0324	0,3430
9	0,03363	0,0356	0,1795
10	0,0893	0,0383	0,0886
11	0,4319	0,0395	0,0457
12	0,7344	0,0401	0,0242
13	0,4689	0,0404	0,0131
14	0,1646	0,0412	0,0073
15	0,0625	0,0431	0,0041
16	0,0001	0,0468	0,0026
17	0,0001	0,0539	0,0027
18	0,0001	0,0678	0,0045
19	0,0001	0,0950	0,0147
20	0,0001	0,1346	0,0452
21	10,6875	0,2620	0,0850
22	400	19387	2983

Nota-se o salto do valor de  $R$  e dos termos da função de custo entre 21 e 22  $m/s$ . Atribuí-se a isso a fronteira de estabilidade da malha fechada. Entre a velocidade de 21  $m/s$  e 22  $m/s$ , o sistema se torna instável devido à saturação da taxa de entrada, já observada na Figura 4.6.

Nesse sentido, pela abordagem de ganho escalonado utilizada, para uma velocidade qualquer, o  $R$  é definido por interpolação linear das pontos de referência adjacentes.

Para verificar a eficácia do ajuste proposto, simulou-se a resposta do sistema para a velocidade de 20,5  $m/s$  para perturbações iniciais de  $\alpha = 2^\circ$  e  $\beta = 5^\circ$ . Os resultados são apresentados nas Figuras 4.7 e 4.8

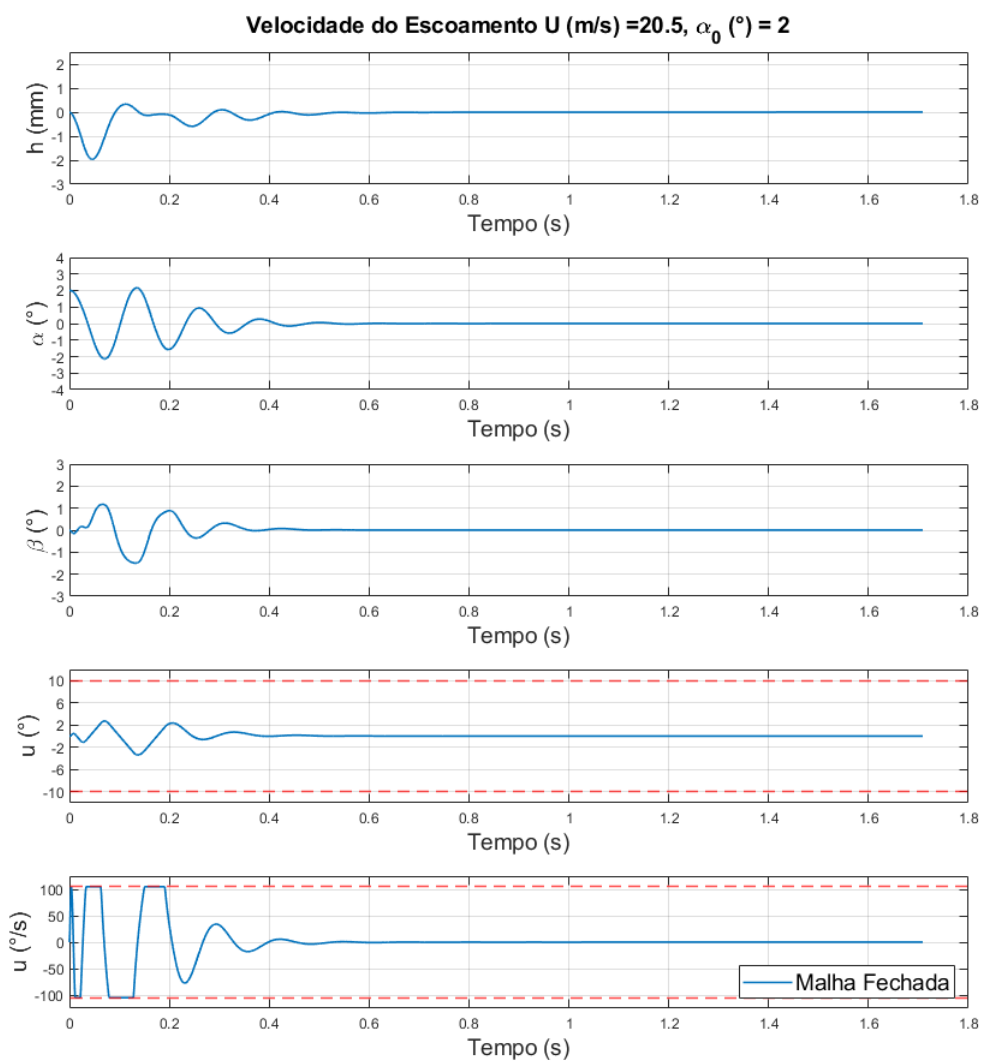


Figura 4.7 – Perturbação  $\alpha = 2^\circ$ , fonte: Autor

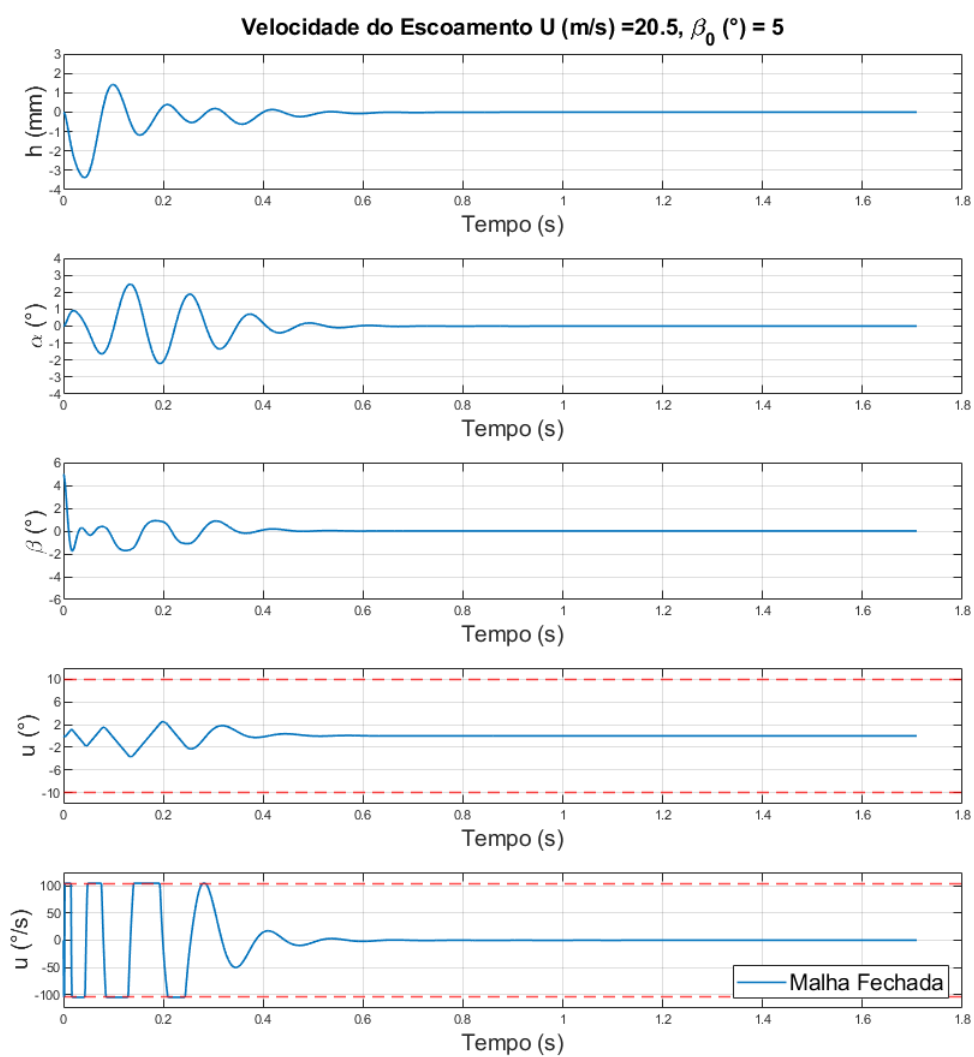


Figura 4.8 – Perturbação  $\beta = 5^\circ$ , fonte: Autor

## 5 Conclusões

O objetivo deste trabalho foi aplicar o ganho escalonado de um controlador por modelo preditivo para supressão de flutter em uma seção típica de uma asa. A ação de controle do sistema é realizada por meio da atuação de uma superfície de comando e à essa ação foram impostas restrições no seu valor máximo e na taxa de atuação. Estabeleceu-se ainda à lei de controle uma taxa de decaimento da resposta. Assim buscou-se a lei de controle ótima para os objetivos definidos.

Após as simulações apresentadas no capítulo 4, considera-se o objetivo final do trabalho alcançado. Para diferentes velocidades, o controlador foi capaz de obter uma lei de controle que respeitasse as restrições e que tornava o sistema em malha fechada estável para além da fronteira de estabilidade da malha aberta.

Destaca-se que, apesar das restrições impostas na ação de controle, o sistema em malha fechada foi capaz de estender o envelope de estabilidade para além de 10% da velocidade de flutter em malha aberta.

A esse controlador foi associada uma técnica de ganho escalonado com o intuito de atingir os requisitos de operação, e minimizando a energia de atuação e o erro de trajetória. Estes objetivos foram alcançados e foi demonstrada a capacidade do sistema em garantir a estabilidade não somente nas condições de referência, mas também para perturbações diferentes dessas.

Dessa forma, é introduzido o tópico de trabalhos futuros.

### 5.1 Trabalhos futuros

Um ponto relevante para a abordagem de ganho escalonado escolhida é a limitação quanto à variação temporal da variável de referência, adotada como a velocidade do escoamento neste trabalho. Sem a hipótese de variação lenta dessa velocidade não é possível garantir a estabilidade do sistema em malha fechada. Proposta por (SHAMMA; ATHANS, 1992), tem-se uma abordagem de ganho escalonado capaz de lidar com a dinâmica rápida dessa variável, sem sacrificar as condições de operação estabelecidas. Assim, como trabalho futuro fica a implementação dessa estratégia de ganho escalonado e a simulação do sistema perturbado frente a variação na velocidade do escoamento.

Destaca-se ainda a relevância de aplicações experimentais, como realizadas em (SCHMIDT, 2016; TAKARICS; et al, 2020), para a evolução dos sistema de supressão de flutter. Aplicações em aeronaves experimentais ajudariam a testar a abordagem de controle deste trabalho em pontos como o aumento do custo computacional para um maior

número de estados e os requisitos de acurácia do modelo de predição.

Outro ponto importante, é possibilitar a aplicação e a certificação da supressão ativa de flutter em sistemas aeronáuticos. A isto, associa-se a capacidade de *fault-tolerant*, isto é, garantir a operação segura frente a falhas no sistema de controle. Esse tópico é abordado em (MING-ZHOU; et al, 2019), onde um controlador  $H_\infty$  é projetado com o conceito *fault-tolerant* embutido para lidar com falhas em controladores, além de ser capaz de lidar com incertezas no modelo e perturbações externas. Assim, futuros desenvolvimentos deste trabalho podem buscar a implementação desse conceito.



## REFERÊNCIAS

- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H. *Principles of Aeroelasticity*. [S.l.]: Dover Publications, INC., 1975.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. *Aeroelasticity*. [S.l.]: Dover Publications, INC., 1996.
- CAMACHO, E.; BORDONS, C. *Model Predictive Control*. 2nd. ed. [S.l.]: Springer, 2007.
- CAMACHO, E.; et al. *APPLICATION OF A GAIN SCHEDULING GENERALIZED PREDICTIVE CONTROLLER TO A SOLAR POWER PLANT*. [S.l.]: Control Eng. Practice, 1994.
- CONNER, M. D.; et al. *NONLINEAR BEHAVIOUR OF A TYPICAL AIRFOIL SECTION WITH CONTROL SURFACE FREEPLAY: A NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY*. [S.l.]: Journal of Fluids and Structures, 1997.
- DOGGETT, R. V.; TOWNSEND, J. L. *FLUTTER SUPPRESSION BY ACTIVE CONTROL AND ITS BENEFITS*. [S.l.]: SCAR Conference, 1976.
- EDWARDS, J. W.; ASHLEY, H.; V, B. J. *Unsteady Aerodynamic Modeling for Arbitraty Motions*. [S.l.]: AIAA JOURNAL, 1979.
- FLEISCHER, M. *The Measure of Pareto Optima: Applications to Multi-Objective Metaheuristics*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2003.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. 2nd. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.
- LIVNE, E. *Aircraft Active Flutter Suppression: State of the Art and Technology Maturation Needs*. [S.l.]: Journal of Aircraft, 2017.
- MING-ZHOU, G.; et al. *A finite-time H-infinite adaptive fault-tolerant controller considering time delay for flutter suppression of airfoil flutter*. [S.l.]: Journal of Aerospace Engineering, 2019.
- ROGER, K. L.; HODGES, G. E.; FELT, L. *Active Flutter Suppression - A Flight Test Demonstration*. [S.l.]: Journal of Aircraft, 1975.
- SCHMIDT, D. K. *Stability Augmentation and Active Flutter Suppression of a Flexible Flying-Wing Drone*. [S.l.]: Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2016.
- SHAMMA, J. S.; ATHANS, M. *Gain Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies*. [S.l.]: American Control Conference, 1992.
- TAKARICS, B.; et al. *Active Flutter Mitigation Testing on the FLEXOP Demonstrator Aircraft*. [S.l.]: AIAA SciTech Forum, 2020.
- TARABULSI, A. *FLUTTER SUPPRESSION BY ACTIVE CONTROLLER OF A TWO-DIMENSIONAL WING WITH A FLAP*. [S.l.]: Department of Mechanical and Aerospace Engineering, College of Engineering, United Arab Emirates University, 2021.
- THEODORSEN, T. *REPORT No. 496: GENERAL THEORY OF AERODYNAMIC INSTABILITY AND THE MECHANISM OF FLUTTER*. [S.l.]: NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS, 1935.

WANG, L. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. [S.l.]: Springer, 2009.

WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. *INTRODUCTION TO AIRCRAFT AEROELASTICITY AND LOADS*. [S.l.]: Wiley, 2015.